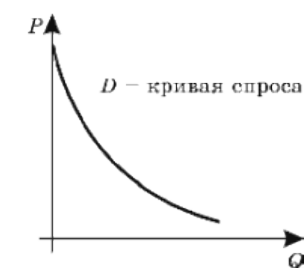


**Расчетная работа №7:** Экономическое приложение определенного интеграла. Функция Кобба-Дугласа.

**Цель:** отработать умения решать экономические задачи с применением определенного интеграла.

**Основные теоретические положения:**

Спрос на данный товар (D-demand) – сложившаяся на определенный момент времени зависимость между ценой товара и объемом его покупки. Спрос на отдельный товар графически изображается в виде кривой с отрицательным наклоном, отражающей взаимосвязь между ценой  $P$  (price) единицы этого товара и количеством товара  $Q$  (quantity), которое потребители готовы купить при каждой заданной цене. Отрицательный наклон кривой спроса имеет очевидное объяснение: чем дороже товар, тем меньше количество товара, которое покупатели готовы купить, и наоборот.



Предложение (S-supply) товара – сложившаяся на определенный момент времени зависимость между ценой товара и количеством товара, предлагаемого к продаже. Предложение отдельного товара изображается графически в виде кривой с положительным наклоном, отражающей взаимосвязь между ценой единицы этого товара  $P$  и количеством товара  $Q$ , которое потребители готовы продать при каждой цене.



Рис. 1

Отметим, что экономисты сочли удобным изображать аргумент (цену) по оси ординат, а зависимую переменную (количество товара) по абсцисс. Поэтому графики функций спроса и предложения выглядят следующим образом (рис. 1).

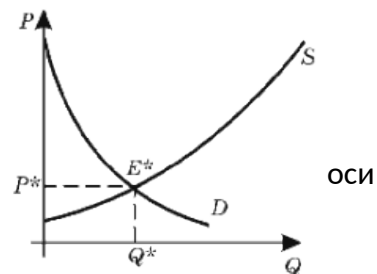


Рис. 2

Состояние равновесия характеризуют такие цена и количество, при которых объем спроса совпадает с величиной предложения, а графически рыночное равновесие изображается точкой пересечения кривых спроса и предложения (рис. 2),  $E^*(p^*; q^*)$  – точка равновесия.

**Потребительский излишек** — это разница между максимумом цены, которую потребитель готов заплатить за единицу некоего товара, и той реальной величиной цены, которую он заплатил фактически.

**Потребительский излишек можно посчитать по следующей формуле**

$$CS = \int_0^{Q^*} f(Q) dQ - P^*Q^*. \quad (1)$$

**Задача 1.** Известно, что спрос на некоторый товар задается функцией  $p = 4 - q^2$ , где  $q$  – количество товара (в шт.),  $p$  – цена единицы товара (в руб.), а равновесие на рынке данного товара достигается при  $p^* = q^* = 1$ . Определите величину потребительского излишка

Решение.

$$\begin{aligned}
 CS &= \int_0^{q^*} f(q) dq - p^*q^* = \int_0^1 (4 - q^2) dq - 1 \cdot 1 = \\
 &= \left( 4q - \frac{q^3}{3} \right) \Big|_0^1 - 1 = 4 - \frac{1}{3} - 1 = 2\frac{2}{3} \text{ (руб.)}.
 \end{aligned}$$

Подобно излишку потребителя определяется и **излишек производителя** (PS–producer surplus). Не вдаваясь в детали, отметим, что излишек производителя представляет собой разницу между той денежной суммой, за которую он был бы готов продать  $Q^*$  единиц товара, и той суммой, которую он реально получает при продаже этого количества товара. Очевидно, что

$$PS = P^*Q^* - \int_0^{Q^*} f(Q) dQ. \quad (2)$$

Задача 2. Известно, что кривая предложения некоторого товара имеет вид  $p = 4q^3 + 2$ , а равновесие на рынке данного товара достигается при объеме продаж  $Q^* = 3$ . Определите добавочную выгоду производителя при продаже такого количества продукции.

Решение. Сначала из функции предложения найдем равновесное значение цены  $P^* = f(q^*) = f(3) = 4 \cdot 3^3 + 2 = 110$ .

Подставим полученное значение в формулу

$$(2) \quad PS = 3 \cdot 110 - \int_0^3 (4q^3 + 2) dq = 330 - (q^4 + 2q) \Big|_0^3 = 330 - 81 - 6 = 243.$$

### Индивидуальные задания

#### Вариант-1.

Задача №1. Известно, что спрос на некоторый товар задается функцией  $p = 2 - q$ , где  $q$  – количество товара (в шт.),  $p$  – цена единицы товара (в руб.), а равновесие на рынке данного товара достигается при  $p^* = q^* = 2$ . Определите величину потребительского излишка.

Задача №2. Известно, что кривая предложения некоторого товара имеет вид  $p = 3q^2 - 1$ , а равновесие на рынке данного товара достигается при объеме продаж  $Q^* = 2$ . Определите добавочную выгоду производителя при продаже такого количества продукции.

#### Вариант-2.

Задача №1. Известно, что спрос на некоторый товар задается функцией  $p = 3 + q^2$ , где  $q$  – количество товара (в шт.),  $p$  – цена единицы товара (в руб.), а равновесие на рынке данного товара достигается при  $p^* = q^* = 3$ . Определите величину потребительского излишка.

Задача №2. Известно, что кривая предложения некоторого товара имеет вид  $p = q + 2$ , а равновесие на рынке данного товара достигается при объеме продаж  $Q^* = 3$ . Определите добавочную выгоду производителя при продаже такого количества продукции.